

# ESTUDIO DE UNA CADENA CINEMÁTICA UTILIZANDO LOS MÉTODOS DENAVIT-HARTENBERG Y CRAIG MODIFICADO

Dr. José Antonio Garrido Natarén<sup>1</sup>, José Antonio Hernandez Reyes<sup>2</sup>,  
MC. José Luis Fernando Palomeque Loyo<sup>3</sup>, Carlos Armando Gutiérrez González<sup>4</sup>

**Resumen**— Se presenta el estudio de la cinemática directa de un brazo manipulador comparando la metodología Denavit-Hartenberg (1955) con la metodología John J. Craig (2001). Un brazo manipulador, es una cadena cinemática abierta con  $N$  Grados de Libertad (GDL) cuyos eslabones están unidos por articulaciones de tipo revoluta o prismático. La Cinemática Directa de un brazo de robot consiste en determinar la posición y orientación del último eslabón (elemento terminal) a partir de la forma de los eslabones y de los ángulos y distancias de las articulaciones revolutas y prismáticas que los unen. La metodología Denavit-Hartenberg que permite establecer la ubicación del sistema de referencia de un eslabón a partir del sistema de referencia del eslabón precedente presenta dificultades de interpretación particularmente en configuraciones de tipo Revoluta-Revoluta. John J. Craig [2] propuso una simplificación que aporta claridad al estudio del problema, modificando el orden de las rotaciones y las translaciones geométricas que se aplican a cada una de las articulaciones.

**Palabras clave**—Robótica, Denavit-Hartenberg, John J. Craig, cinemática directa, D-H modificado, robot esférico, Dynamat.

## Introducción—

Un brazo manipulador, es una cadena cinemática abierta compuesta de eslabones conectados por articulaciones. Cada articulación de tipo revoluta o prismático deben de presentar un solo grado de libertad (GDL) por lo que un brazo manipulador de  $N$  articulaciones presenta  $N$  Grados de Libertad (GDL). Las articulaciones revolutas permiten un movimiento rotatorio y las articulaciones prismáticas permiten un movimiento lineal. En el presente estudio la consideración de articulaciones de un solo grado de libertad no es limitativa ya que las articulaciones con 2 y 3 grados de libertad pueden representarse como una sucesión de articulaciones simples de 1 GDL con eslabones de longitud nula como lo describe J. Garrido[4].

Un brazo manipulador de  $n$  articulaciones numeradas de 1 a  $n$  posee  $n+1$  eslabones numerados de 0 a  $n$ . El eslabón 0 es la base del manipulador generalmente fija (bancada). La articulación  $i$  conecta los eslabones  $i$  con  $i-1$ . Cuando la articulación  $i$  es accionada el eslabón  $i$  se mueve. Un eslabón tiene 2 características geométricas: longitud y torsión, las cuales definen la posición relativa en el espacio entre los 2 ejes que conectan al eslabón  $i$  con los eslabones  $i-1$  e  $i+1$ . Una articulación es descrita por 2 parámetros: la distancia de la articulación  $i$  a la siguiente articulación  $i+1$  a lo largo del eje de la articulación  $i$  y el ángulo del eje de la articulación  $i$  con el eje de la siguiente articulación  $i+1$ . Un sistema de referencia  $(i,j,k)$  es asociado a cada eslabón. Un sistema de referencia  $i$  es asociado a al eslabón  $i$ . El eje  $z_i$  del sistema de referencia  $i$  está alineado con el eje de la articulación. El eje de una articulación rotativa es el eje de rotación y el eje de una articulación prismática es la línea de desplazamiento. La descripción de la posición del efector final en el espacio requiere de 6 parámetros: la posición  $P(x,y,z)$  y la orientación  $S(i,j,k)$ .

La Cinemática Directa de un brazo de robot consiste en determinar la posición y orientación (sistema de referencia) del elemento terminal a partir de los ángulos de todas las articulaciones revolutas y las distancias de las articulaciones prismáticas. Cada eslabón mantiene un sistema de referencia relativo al precedente.

## Metodología D-H

---

<sup>1</sup> El Dr. José Antonio Garrido Natarén es Profesor de robótica del Instituto Tecnológico de Veracruz, México [jgarrido@dynadata.com](mailto:jgarrido@dynadata.com) (autor correspondiente)

<sup>2</sup> José Antonio Hernandez Reyes es Profesor de Ingeniería Electrónica del Instituto Tecnológico de Veracruz, México [jantoniohr@gmail.com](mailto:jantoniohr@gmail.com)

<sup>3</sup> El MC. José Luis Fernando Palomeque Loyo es Profesora de Ingeniería Electrónica del Instituto Tecnológico de Veracruz, México [jlf\\_palomeque@hotmail.com](mailto:jlf_palomeque@hotmail.com)

<sup>4</sup> Carlos Armando Gutiérrez González es estudiante de la carrera de ingeniería mecatrónica del Instituto Tecnológico de Veracruz, México

En 1955 Jacques Denavit y Richard Hartenberg [1] introdujeron una convención con el propósito de estandarizar la ubicación de los sistemas de referencia de los eslabones de un brazo manipulador. La metodología Denavit-Hartenberg (D-H) permite establecer la ubicación del sistema de referencia del eslabón N+1 a partir del sistema de referencia del eslabón N con tan solo 4 parámetros (figura 1):

- 1) El *ángulo  $\theta_i$  entre articulaciones*, como el ángulo desde  $X_{i-1}$  hasta  $X_i$  girando alrededor de  $Z_{i-1}$ .
- 2) La *distancia  $d_i$  entre articulaciones*, como la distancia desde el sistema  $O_{i-1}$  hasta la intersección de las normales común entre  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ , a lo largo de  $Z_{i-1}$ .
- 3) La *longitud  $a_i$  del eslabón* como la longitud de la normal común, es decir, es la distancia de  $Z_{i-1}$  a  $Z_i$  medida a lo largo de  $X_i$ .
- 4) La *torsión  $\alpha_i$  del eslabón*. Como el ángulo que hay que rotar  $Z_{i-1}$  para llegar a  $Z_i$ , rotando alrededor de  $X_i$ .

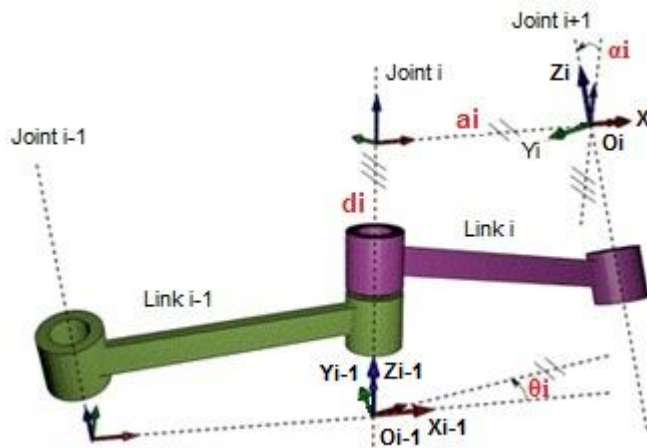


Figura 1. Los 4 parámetros de DH.

ESLABON	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
E1				
E2				
E3				

Tabla 1. Los parámetros de la metodología D-H Clásica

Cada parámetro se aplica al sistema de referencia de la articulación N de forma consecutiva para obtener el sistema de referencia del eslabón N+1. Como los 4 parámetros combinan rotación con desplazamiento se requiere utilizar una matriz de coordenadas homogéneas que permita reagrupar las 4 transformaciones geométricas en una sola operación matricial, dando como resultado la matriz de transformación generalizada D-H para una articulación:

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{ROTACION } Z_i & \text{DESPLAZAMIENTO } Z_i & \text{ROTACION } X_i & \text{DESPLAZAMIENTO } X_i & & \text{MATRIZ GENERALIZADA D-H}
 \end{matrix}$$

Figura 2. La matriz de transformación generalizada D-H.

La matriz de transformación generalizada D-H se aplica uno a uno a todos los sistemas de referencia de la cadena cinemática para obtener el sistema de referencia del elemento terminal.

Obsérvese que  $\theta_i \mathbf{d}_i$  es equivalente a  $\mathbf{d}_i \theta_i$  y  $a_i \alpha_i$  es equivalente a  $\alpha_i a_i$  por tratarse de una rotación y desplazamiento alrededor del mismo eje.

$$\begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{DESPLAZAMIENTO } Z_i \quad \text{ROTACION } Z_i \quad \text{ROTACION } X_i \quad \text{DESPLAZAMIENTO } X_i \quad \text{MATRIZ GENERALIZADA D-H}
 \end{array}$$

Figura 3. Matriz equivalente de transformación generalizada D-H

### Caracterización de un robot esférico utilizando la metodología D-H Clásica:

Un brazo articulado de tipo esférico presenta una configuración de tipo Revoluta-Revoluta-Prismático (RRP). Un robot de configuración esférica posee 1 primera articulación revoluta  $\varphi$  que le permite girar alrededor del ecuador (coordenada acimutal o azimut); 1 segunda articulación revoluta  $\Theta$  que le permite girar alrededor de los polos (coordenada polar o colatitud) y 1 articulación prismática  $Y$  (coordenada radial) que le proporcionan los 3 GDL necesarios para alcanzar un punto en el espacio.

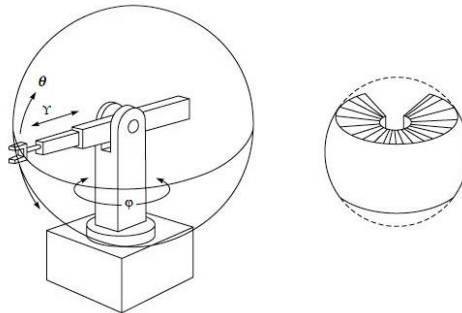


Figura 4. El robot esférico y su espacio de trabajo

Los 16 pasos D-H Clásico

- **Paso 1.** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con  $n$  (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **Paso 2.** Numerar cada articulación comenzando por 1.
- **Paso 3.** Localizar el eje de cada articulación. Si esta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **Paso 4.** Para los  $i$  eslabones de 0 a  $n-1$ , situar el eje  $Z_i$ , sobre el eje de la articulación  $i+1$ .
- **Paso 5.** Situar el origen del sistema de la base ( $S_0$ ) en cualquier punto del eje  $Z_0$ . Los ejes  $X_0$  e  $Y_0$  se situaran de modo que formen un sistema dextrógiro con  $Z_0$ .
- **Paso 6.** Situar el sistema ( $S_i$ ) de 1 a  $n-1$ , (solidario al eslabón  $i$ ) en la intersección del eje  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . Si ambos ejes se cortasen se situaría ( $S_i$ ) en el punto de corte. Si fuesen paralelos ( $S_i$ ) se situaría en la articulación  $i+1$ .
- **Paso 7.** Situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .

- **Paso 8.** Situar  $Y_i$  de modo que forme un sistema dextrógiro con  $X_i$  y  $Z_i$ .
- **Paso 9.** Situar el sistema  $(S_n)$  en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ .

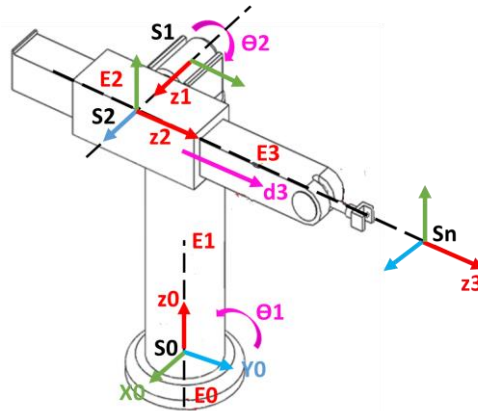


Figura 5. Caracterización de las articulaciones de un robot esférico (D-H Clásico)

- **Paso 10.** Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $Z_{i-1}$  para que  $X_{i-1}$  y  $X_i$  queden paralelos.
- **Paso 11.** Obtener  $d_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $Z_{i-1}$ , que habría que desplazar  $(S_{i-1})$  para que  $X_i$  y  $X_{i-1}$  quedasen alineados.
- **Paso 12.** Obtener  $a_i$  como la distancia medida a lo largo de  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ) que habría que desplazar el nuevo  $(S_{i-1})$  para que su origen coincidiese con  $(S_i)$ .
- **Paso 13.** Obtener  $\alpha_i$  como el ángulo que habría que girar en torno a  $X_i$  (que ahora coincidiría con  $X_{i-1}$ ), para que el nuevo  $(S_{i-1})$  coincidiese totalmente con  $(S_i)$ .

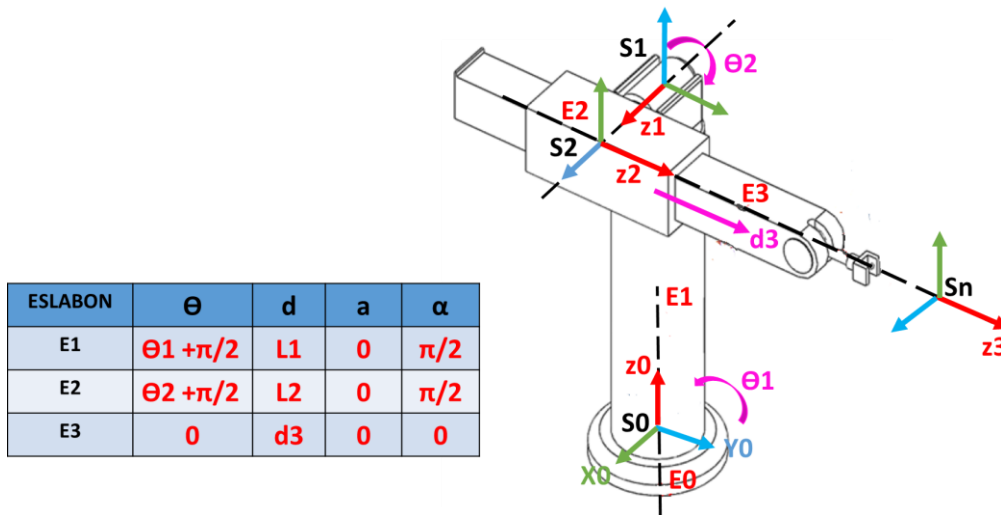


Figura 6. Parámetros de las articulaciones de un robot esférico (D-H Clásico)

- **Paso 14.** Obtener las matrices de transformación  $i-1A_i$ .
- **Paso 15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = {}^0A_1, {}^1A_2, \dots, {}^{n-1}A_n$ .
- **Paso 16.** La matriz  $T$  define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las  $n$  coordenadas articulares. La posición del efector final puede ser obtenido multiplicando el Matriz  $T$  por el punto de origen del robot.

$$P = T \cdot P_0$$

**Caracterización de un robot esférico utilizando la metodología D-H Modificada:**

Los parámetros de los eslabones y articulaciones en la convención D-H Modificada son:

- 1) La *torsión*  $\alpha_{i-1}$  del eslabón, como el ángulo que hay que rotar  $Z_{i-1}$  para llegar a  $Z_i$ , rotando alrededor de  $X_{i-1}$ .
- 2) La *longitud*  $a_{i-1}$  del eslabón como la longitud de la normal común, es decir, la distancia de  $Z_{i-1}$  a  $Z_i$  medida a lo largo de  $X_{i-1}$ .
- 3) La *distancia*  $d_i$  entre articulaciones como la distancia del sistema  $S_{i-1}$  al sistema  $S_i$  medida como la distancia entre  $X_{i-1}$  y  $X_i$  a lo largo de  $Z_i$ .
- 4) El *ángulo*  $\theta_i$  entre articulaciones, como el ángulo desde  $X_{i-1}$  hasta  $X_i$  girando alrededor de  $Z_i$ .

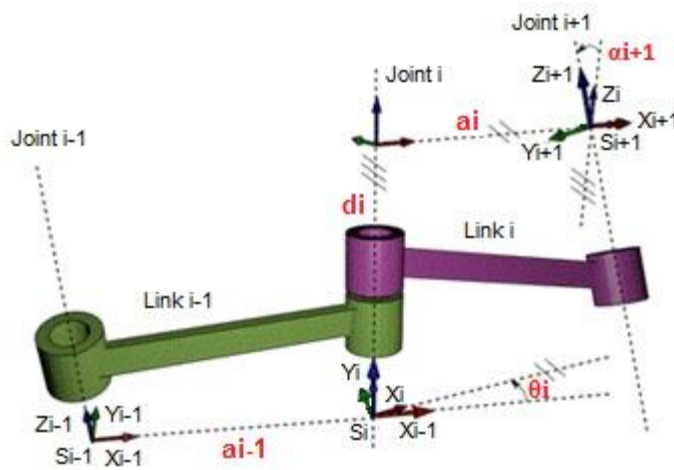


Figura 7. Los 4 parámetros de DH Modificados.

ESLABON	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
E1				
E2				
E3				

Tabla 2. Los parámetros de la metodología D-H Modificada

La secuencia de transformaciones de una articulación es descrita por:

- 1) Una rotación de  $\alpha_{i-1}$  alrededor de  $X_{i-1}$
- 2) Una translación de  $a_{i-1}$  a lo largo de  $X_{i-1}$
- 3) Una translación de  $d_i$  a lo largo del eje  $Z_i$
- 4) Una rotación de  $\theta_i$  alrededor de  $Z_i$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 8. La Matriz de transformación D-H Modificada

Los 16 pasos D-H Modificado

- **Paso 1.** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot. (Igual al Método Clásico).
- **Paso 2.** Numerar cada articulación comenzando por 1 y terminando con n. La articulación i está asociada al eslabón i. (Igual al Método Clásico)
- **Paso 3.** Localizar el eje de cada articulación. Si esta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento. (Igual al Método Clásico).
- **Paso 4.** Para los i eslabones de 1 a n, situar el eje  $Z_i$ , sobre el eje de la articulación i. (El método Clásico lo situaba sobre el eje de la articulación n+1.).
- **Paso 5.** Situar el origen del sistema de la base ( $S_0$ ) sobre el eslabón 0 en cualquier punto del eje  $Z_0$  que por simplicidad poder ser a lo largo del eje  $Z_1$  para que  $\mathbf{a}_0 = 0$  y  $\alpha_0 = 0$  con  $\mathbf{d}_1 = 0$  si la articulación 1 es revoluta y  $\theta_1 = 0$  si la articulación 1 es prismática. Los ejes  $X_0$  e  $Y_0$  se situaran de modo que formen un sistema dextrógiro con  $Z_0$ . (Igual al Método Clásico).
- **Paso 6.** Situar el sistema ( $S_i$ ) de 1 a n, (solidario al eslabón i) en la articulación i. (El método Clásico lo sitúa en la intersección del eje  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ ).
- **Paso 7.** Situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$ . (El Método Clásico sitúa  $X_i$  en la línea normal común de  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ ).
- **Paso 8.** Situar  $Y_i$  de modo que forme un sistema dextrógiro con  $X_i$  y  $Z_i$ . (Igual al Método Clásico).
- **Paso 9.** Asignar el sistema  $S_n$  al efector final. (El método Clásico sitúa el sistema ( $S_n$ ) en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ ).

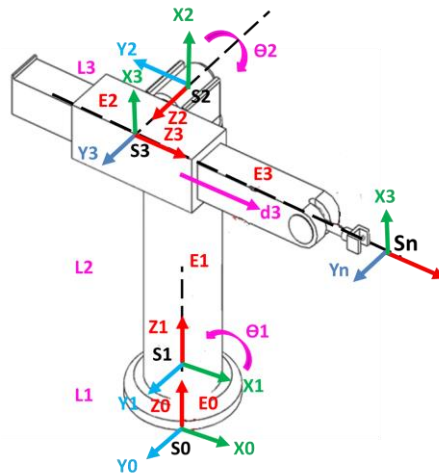


Figura 9. Caracterización de las articulaciones de un robot esférico (D-H Modificado)

- **Paso 10.** Obtener  $\alpha_{i-1}$  como el ángulo entre  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$  que habría que girar en torno a  $X_{i-1}$ .
- **Paso 11.** Obtener  $\mathbf{a}_{i-1}$  como la distancia medida a lo largo de  $X_{i-1}$  entre  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .
- **Paso 12.** Obtener  $\mathbf{d}_i$  como la distancia entre  $X_{i-1}$  y  $X_i$  medida a lo largo de  $Z_i$ .
- **Paso 13.** Obtener  $\theta_i$  como el ángulo entre  $X_{i-1}$  y  $X_i$  medido alrededor de  $Z_i$ .

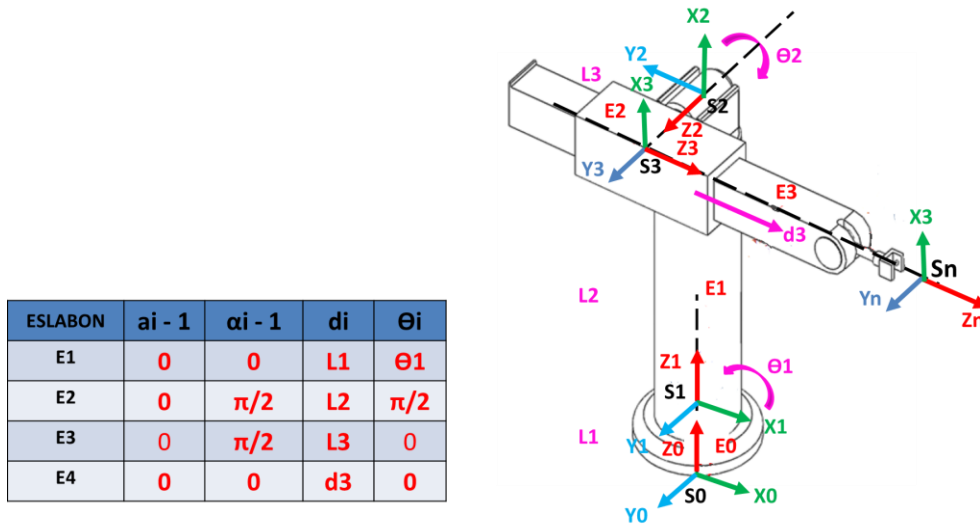


Figura 10. Parámetros de las articulaciones de un robot esférico (D-H Modificado)

- **Paso 14.** Obtener las matrices de transformación  $i-1A_i$ . (Igual al Método Clásico).
- **Paso 15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = 0A_1, 1A_2, \dots, n-1A_n$ . (Igual al Método Clásico).
- **Paso 16.** La matriz  $T$  define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las  $n$  coordenadas articulares. La posición del efector final puede ser obtenido multiplicando el Matriz  $T$  por el punto de origen del robot. (Igual al Método Clásico).

$$P = T \cdot P_0$$

### Conclusiones

Las 2 convenciones presentan el mismo resultado partiendo de consideraciones geométricas diferentes que se vuelven equivalentes al invertir las transformaciones de coordenadas. El método clásico (D-H) aplica la transformación de coordenadas del desplazamiento seguida de la transformación de la forma y el método (Craig) comienza por una transformación de coordenadas de la forma seguida de una transformación de coordenadas del desplazamiento.

PARAMETRO D-H	METODO CLASICO	METODO MODIFICADO
Ejes de las articulaciones	$Z_{i-1}$ es para cada articulación $i$	$Z_i$ es para cada articulación $i$
Longitud del eslabón ( $a_i$ )	Distancia entre $O_i$ a la intersección de $Z_{i-1}$ y el eje $X_i$ a lo largo de $X_i$	Distancia de $Z_i$ a $Z_{i+1}$ medida a lo largo de $X_i$
Angulo de torsión ( $\alpha_i$ )	Angulo de $Z_{i-1}$ a $Z_i$ sobre el eje $X_i$	Angulo entre $Z_i$ a $Z_{i+1}$ medido alrededor de $X_i$
Desplazamiento ( $d_i$ )	Distancia del origen del sistema $i-1$ a la intersección del eje $Z_{i-1}$ con el eje $X_i$ a lo largo del eje $Z_{i-1}$	Distancia de $X_{i-1}$ a $X_i$ a lo largo de $Z_i$
Angulo ( $\theta_i$ )	Angulo entre el eje $X_{i-1}$ y $X_i$ alrededor del eje $Z_{i-1}$	Angulo entre $X_{i-1}$ y $X_i$ medido alrededor de $Z_i$

Tabla 3. Resumen de los métodos presentados (A. Chennakesava Reddy [5])

### Comentarios Finales

Se presentó una comparación de los métodos D-H Clásico y D-H Modificado (Craig) para la determinación de la cinemática directa de un brazo robótico trabajando en coordenadas esféricas. La plataforma virtual DynaMat permitió analizar, caracterizar y simular la cadena cinemática por los 2 métodos. La interactividad de la plataforma

permitió modificar dinámicamente los parámetros para observar diversos comportamientos del caso estudiado. El lector puede utilizar el método que le sea más práctico y adecuado.

ESLABON	THETA	D	A	ALPHA
E1	TETHA1 = -20.00	350.00	0.00	90.00
E2	TETHA2 = 165.00	0.00	0.00	90.00
E3	0.00	D3 = 275.00	0.00	0.00

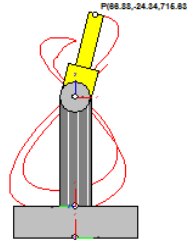


Figura 11. Simulación de la articulación D-H Clásico con DynaMat

### Referencias

- [1] J.Denavit, R.S.Hartenberg, A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, Transactions ASME Journal of Applied Mechanics, 1955:23, 215–221.
- [2] John J Craig, Introduction to Robotics: mechanics and control, Pearson Education, India, 2001: ISBN 8131718360.
- [3] R.Paul, Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators, Cambridge, MA: MIT Press, 1981: ISBN 978-0-262-16082-7.
- [4] Jose A. Garrido Natarén “Estudio de la cinemática directa de una articulación de 3GDL (RRR) utilizando la metodología Denavit-Hartenberg”. Academia Journals Noviembre 2016.
- [5] A. Chennakesava Reddy. Difference between Denavit-Hartenberg (D-H) classical and modified conventions for forward kinematics of robots with case study” JNTUH College of Engineering Kukatpally, Hyderabad.
- [6] Miguel Torres Torriti. “Manipuladores Robóticos. Cinemática directa y el procedimiento de Denavit-Hartenberg”. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [7] T.Yoshikawa, Foundations of Robotics: analysis and control, Cambridge, MA: MIT Press, 1998: SBN026224028-9.
- [8] Viorel Stoian. “A Faster Method for Robot Kinematic Modelling” University of Craiova, Faculty of Computers, Automation and Electronics, Automation, Electronics and Mechatronics Department, Craiova, Roumania.
- [9] Peter Corke . “Denavit-Hartenberg notation for common robots”. March 2014.
- [10] Antonio Barrientos et al. FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA. Universidad Politécnica de Madrid. McGraw Hill.1997.
- [11] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, and M. Vidyasagar. “Robot Dynamics and Control”. John Wiley & Sons 2004.
- [12] C. Bellevaux, J. Garrido. “Designing with Volumes”. 3eme Journées Scientifiques et Techniques de la Production Automatisée de la ADEPA. 1981 Toulouse Francia.

### Notas Biográficas

El **Dr. José Antonio Garrido Natarén** es profesor del Instituto Tecnológico de Veracruz. Realizó su doctorado en matemáticas aplicadas en la École Nationale Supérieure de Techniques Avancées ENSTA en Paris Francia con el tema “MGIT un modelador geométrico tridimensional”. Fue CEO fundador de la compañía DYNADATA S.A. dedicada al desarrollo de sistemas de concepción asistida por computadora CAD.

El **MC. José Antonio Hernandez Reyes** es profesor del Instituto Tecnológico de Veracruz. Realizó su maestría en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico CENIDET en Cuernavaca Morelos, con el tema "Estimación de la constante de tiempo de rotor para el control por campo orientado de un motor de inducción mediante una nueva red neuronal artificial recurrente". En su trayectoria de profesor ha impartido las materias de: Control, Inteligencia Artificial, Sistemas programables y Microcontroladores.

El **MC. José Luis Fernando Palomeque Loy** es profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Veracruz donde imparte las materias de amplificadores operacionales, electrónica de potencia y electrónica industrial. Es egresado de la carrera de Ingeniería Industrial en Electrónica del Instituto Tecnológico de Veracruz y realizó estudios de maestría en el CIIDET Querétaro.