



**DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN
SUPERIOR TECNOLÓGICA**

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE VERACRUZ

**Carrera:
Ingeniería Mecatrónica**

**Materia:
Robótica**

**Titular de la materia:
Dr. José Antonio Garrido Natarén**

**Tema:
3.1 Sistema de coordenadas
3.1.1 Representación de un punto en el sistema de
coordenadas**

H. Veracruz, Ver. 24 de Octubre de 2014

Introducción

Se conoce como sistema de coordenadas al conjunto de los valores que permiten identificar de manera inequívoca la posición de un punto en un espacio euclídeo (un tipo de espacio geométrico). Los sistemas de coordenadas más simples se definen sobre espacios planos.

La noción de origen de coordenadas hace mención al punto que actúa como referencia en el marco de un sistema de coordenadas. Esto quiere decir que, en dicho punto, el valor de la totalidad de las coordenadas del sistema tiene nulidad (en el caso de un sistema de dos dimensiones, 0,0).

Dentro del ámbito de la Geometría, tampoco podemos pasar por alto la existencia de lo que se conoce como coordenadas cartesianas, que también se conocen por el nombre de coordenadas rectangulares. Las mismas pueden definirse como aquel sistema de referencia que se utiliza para localizar y colocar un punto concreto en un espacio determinado, tomando como referencia lo que son los ejes X, Y y Z.

Hay que dar a conocer que dichas coordenadas cartesianas son llamadas así en honor al matemático francés René Descartes que desarrolló su conocida geometría analítica y que utilizaba como eje central de la misma a lo que se conoce como origen de coordenadas.

Dentro del citado ámbito tampoco podemos olvidar la existencia de la coordenada polar. Esta es aquella que se utiliza para establecer la posición de un punto concreto en un plano, teniendo como referencias el punto y el polo.

Asimismo nos encontramos con el concepto de plano coordenado que es la denominación que se emplea para referirse a cada uno de los tres planos que se cortan en un punto determinado y que son vitales para poder proceder a establecer la posición de otros puntos mediante las líneas coordenadas existentes.

Sistemas de coordenadas

En geometría, un sistema de coordenadas es un sistema que utiliza uno o más números (*coordenadas*) para determinar unívocamente la posición de un punto o de otro objeto geométrico. El orden en que se escriben las coordenadas es significativo y a veces se las identifica por su posición en una secuencia ordenada; también se las puede representar con letras. El estudio de los sistemas de coordenadas es objeto de la geometría analítica, permite formular los problemas geométricos de forma "numérica".

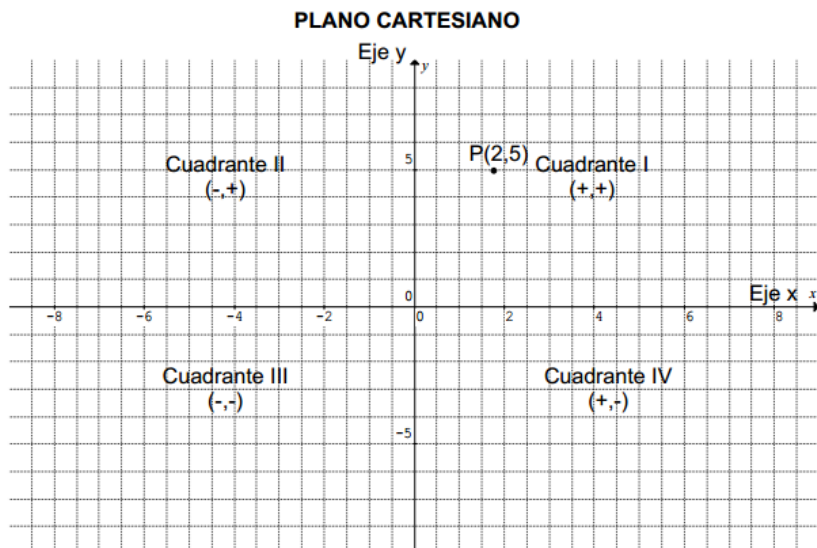
El primero que expresó la posición de un punto en el plano o en el espacio fue Descartes, por lo que se suele referir a ellas como coordenadas cartesianas.

Para representar un punto en un plano, utilizó dos rectas perpendiculares entre sí, de forma que la posición del punto se determinaba midiendo sobre los ejes las distancias al punto.

Representación de un punto en el sistema de coordenadas.

Sistema de coordenadas rectangulares

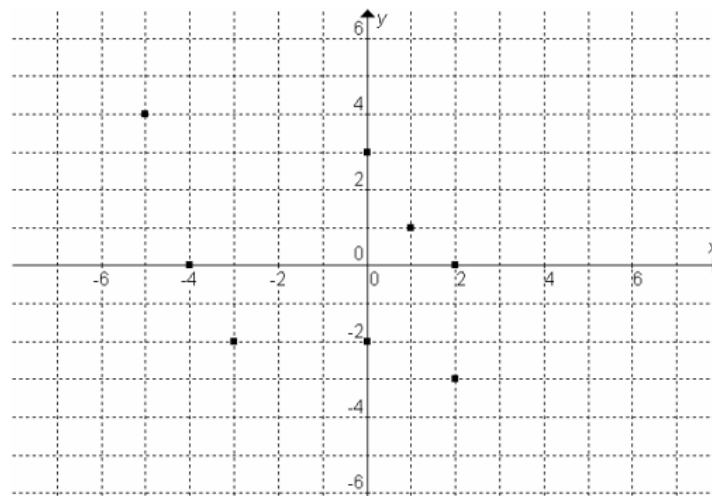
El plano cartesiano tiene dos ejes perpendiculares (eje x o eje de las abscisas y eje y o eje de las ordenadas), los cuales en donde se cortan forman un ángulo de 90° , por ser perpendiculares y a su punto de intersección se le conoce como origen del plano. Los dos ejes dividen al plano en cuatro regiones llamadas cuadrantes. En este plano cartesiano, cada punto se representa por medio de una pareja de números (x,y) , llamada pareja ordenada debido a que por ejemplo $(2,3)$ es diferente de $(3,2)$. Así, cada punto está determinado por sus coordenadas (x,y) , en donde x es llamada la abscisa y y la ordenada del punto. Así pues, el punto $P(2,5)$ se encuentra en donde el valor de la abscisa es 2 y el de la ordenada 5.



Ejemplo:

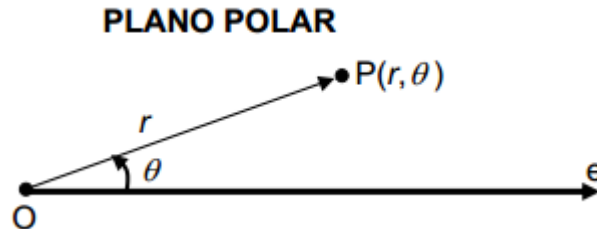
En el plano cartesiano localiza y dibuja los siguientes puntos:

- a) A(-3,2)
- b) B(-3,0)
- c) C(-3,-1)
- d) D(-3,-2)
- e) E(-2,1)
- f) F(-4,5)
- g) G(1,2)
- h) H(0,3)
- i) I(-2,0)
- j) J(5,0)



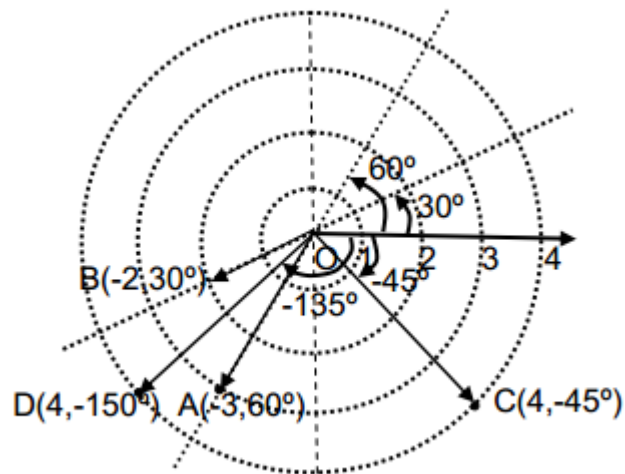
Sistema de coordenadas polares

En el sistema de las coordenadas polares se necesita un ángulo θ y una distancia r . Para medir el ángulo necesitamos los siguientes elementos de referencia: un punto fijo llamado polo y denotado con la letra O y una semirrecta dirigida que parte del origen, llamada eje polar y denotada con la letra e , como se muestra en la figura:



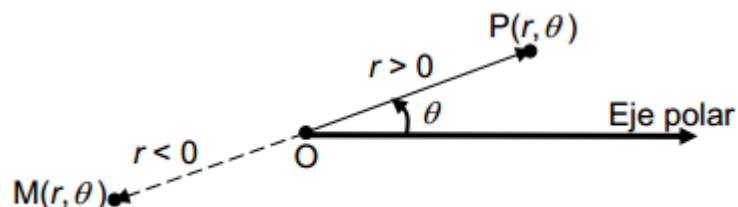
A la distancia dirigida del polo al punto $P(r, \theta)$ se le llama radio vector del punto y al ángulo θ ángulo polar, o bien argumento.

Observar cuidadosamente la gráfica de los puntos: $A(-3, 60^\circ)$, $B(-2, 30^\circ)$, $C(4, -45^\circ)$, $D(4, -150^\circ)$.



De lo anterior podemos concluir que:

- Si r es positiva y θ positiva, entonces se traza el radio vector, de magnitud r , a partir del polo y con el ángulo polar dado, quedando así ubicado el punto (r, θ) . Si r es negativa y θ positiva, el radio vector se traza en sentido contrario a lo que se hace cuando r es positiva.



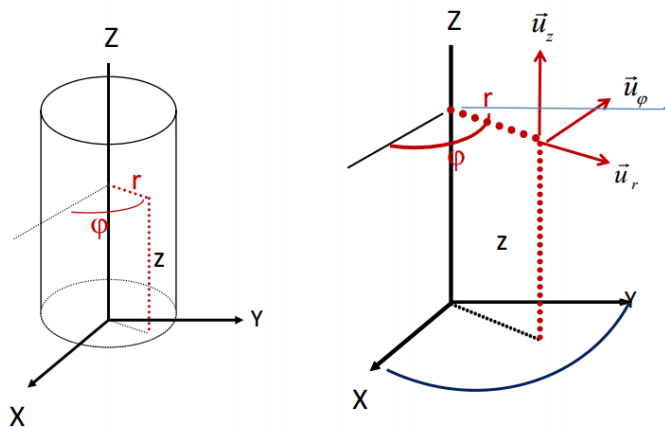
- b) Si el ángulo θ es positivo, se mide a partir del eje polar en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj y en el sentido de las manecillas del reloj cuando es negativo, como muestra a continuación.



Sistema de coordenadas cilíndricas.

La primera primera coordenada coordenada es la distancia distancia (r) existente entre el origen y el punto, la segunda es el ángulo (ϕ) que forman el eje y la recta que pasa por ambos puntos, y la tercera es la coordenada (z) que determina la altura del cilindro.

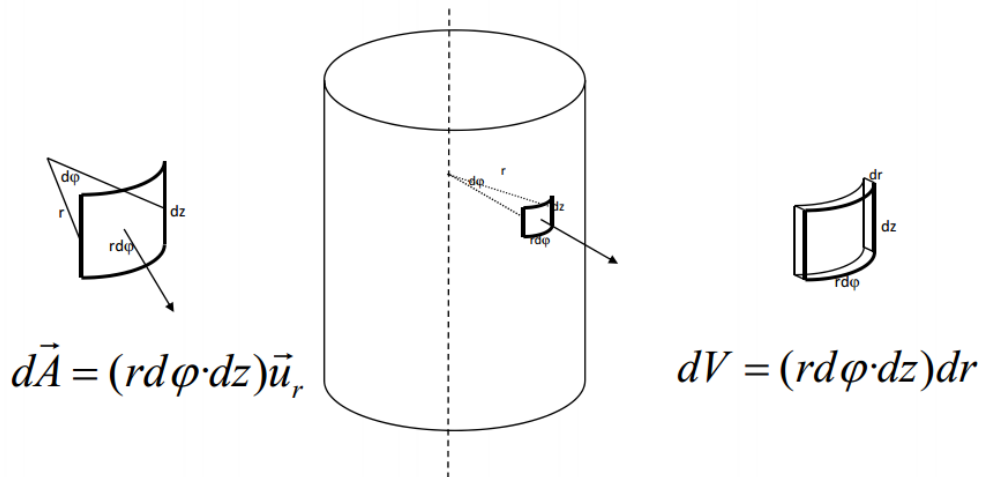
Se definen tres vectores unitarios u_r , u_θ , y u_z perpendiculares entre sí que forman una base ortonormal.



Las coordenadas cilíndricas r y ϕ son las coordenadas polares de P medidas en el plano paralelo XY que pasan por él, y las definiciones de los vectores unitarios y no cambian. La posición de P perpendicular al plano XY se mide por la coordenada z .

Consideramos un cilindro de radio R y altura H , la posición del punto P viene dada por:

$$\begin{aligned}
 x &= r \cos \phi & y &= r \sin \phi & z &= z \\
 \vec{r} &= r \cos \phi \vec{i} + r \sin \phi \vec{j} + z \vec{k} = r \vec{u}_r + z \vec{k} \\
 \vec{u}_r &= \cos \phi \vec{i} + \sin \phi \vec{j}
 \end{aligned}$$

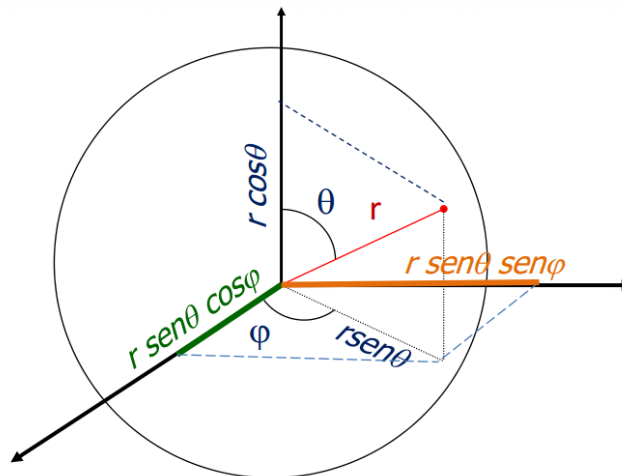


Sistema de coordenadas esféricas

Un sistema de coordenadas esféricas se usa en espacios euclídeos tridimensionales. Este sistema de coordenadas esféricas está formado por tres ejes mutuamente perpendiculares que se cortan en el origen.

La primera coordenada (r) es la distancia entre el origen y el punto, siendo las otras dos los ángulos que es necesario girar para alcanzar la posición del punto. Se definen tres vectores unitarios perpendiculares entre sí que forman una base ortogonal.

El radio r ($0 \leq r \leq R$) es la distancia desde el origen de coordenadas al punto, es el ángulo que forma r con la vertical ($0 \leq \theta \leq \pi$) y ϕ es el ángulo que forma la proyección de r sobre el plano XY con el eje X ($0 \leq \phi \leq 2\pi$).



Conclusión

Un sistema de coordenadas es una geometría métrica (una geometría donde la distancia puede ser medida) donde la localización se puede identificar por coordenadas. Un sistema de coordenadas permite que los matemáticos tracen puntos y que hagan gráficos. Un sistema de coordenadas permite que los matemáticos creen una representación visual de ecuaciones. Un coordenada es un sistema de los números ordenado que dicen la localización de un punto en el sistema de coordenadas. Un sistema de coordenadas de 2 dimensiones se llama un plano coordinado.

El sistema lo más comúnmente posible coordinado es el sistema de coordenadas cartesianas. En el sistema de coordenadas cartesianas de 2 dimensiones de cartesiano, hay 2 ejes, generalmente el eje x y el eje y.

Bibliografía

- http://www.cch-oriente.unam.mx/areas/maticas/mate3/MIII_U2.pdf
- <http://ocw.upm.es/ingenieria-agroforestal/mecanica-y-mecanismos/Contenidos/Teoria/Anejo1sistemasreferencia.pdf>